ملحق (1)

تحديد الحجم الامثل من M

اشتقاق المعادلة رقم 1:

$$Yt = a^* (Mt\text{-}1^*Yt\text{-}1)b^*((1\text{-}Mt\text{-}1)^*Yt\text{-}1)c \quad (1)$$

دعنا نفترض ان:

$$U = Mt\text{-}1^*Yt\text{-}1 \quad (2)$$

$$V = (1\text{-}Mt\text{-}1)^*Yt\text{-}1 \quad (3)$$

وعليه فالمعادلة الاصلية تصبح

$$Yt = a^*Ub^*Vc \quad (4)$$

وباشتقاق المعادلة 4 بالنسبة ل Mt-1 سينتج

$$dYt/dMt\text{-}1 = dYt/dU^* dU/dMt\text{-}1 + dYt/dV * dV/dMt\text{-}1 \quad (5)$$

وبما ان V و U هي دوال بدلالة Mt-1 و Yt دالة بدلالة U وV ينتج ما يلي

$$dU/dMt\text{-}1 = Yt\text{-}1 \quad (5)$$

$$dV/dMt\text{-}1 = - Yt\text{-}1 \quad (5'')$$

$$dYt/dU = a^*b^* Ub\text{-}1^*Vc \quad (5''')$$

$$dYt/dU= a^*c^* Ub^*Vc\text{-}1 \quad (5'''')$$

وبتعويض المعادلات السابقة (5'''',5''',5'',5') في المعادلة 5 ينتج

$$dYt/dMt\text{-}1 = a^*b^* Ub\text{-}1^*Vc^* Yt\text{-}1 - a^*c^* Ub^*Vc\text{-}1^*Yt\text{-}1$$

وبتبسيط المعادلة السابقة نحصل على

$$dYt/dMt\text{-}1 = a^*Yt\text{-}1^*(b^* Ub\text{-}1^*Vc - c^* Ub^*Vc\text{-}1) \quad (6)$$

وللتعظيم نساوي المعادلة 6 بالصفر لتصبح

$$a^*Yt\text{-}1^*(b^* Ub\text{-}1^*Vc - c^* Ub^*Vc\text{-}1) =0 \quad (7)$$

وبما ان a و Yt-1 هي ثوابت ممكن حذفها لتصبح المعادلة

$$(b^* Ub\text{-}1^*Vc - c^* Ub^*Vc\text{-}1) =0 \quad (8)$$

وبتقسيم طرفي المعادلة 8 على Ub-1 و Vc-1 ينتج

$$b^* V - c^* U =0 \quad (9)$$

وبتعويض قيم U و V في المعادلة 9 ينتج

$$b^*(1\text{-}Mt\text{-}1) - c^* Mt\text{-}1 =0 \quad (10)$$

وبحل المعادلة 10 ينتج (وهو المطلوب)

$$Mt\text{-}1 = b/b+t \quad (11)$$

وللتأكد من شروط الدرجة الثانية يتم اشتقاق المعادلة 10 بالنسبة لMt-1 ليصبح الناتج

$$-b - c <0 \quad (12)$$

وهذا يحقق شروط الدرجة الثانية من التعظيم